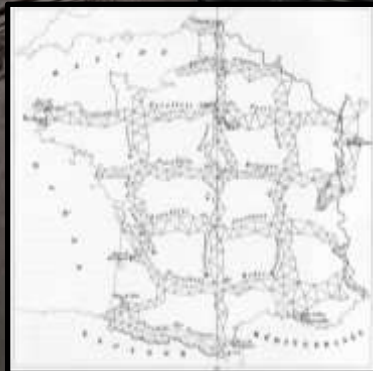


Baccalauréat Professionnel Technicien Géomètre Topographe

2023



Formulaire d'aide à la résolution
des problèmes de calcul topométrique

Sommaire

0	Conventions	<i>p. 3</i>
1	Triangle quelconque	<i>p. 4</i>
2	Triangles semblables	<i>p. 4</i>
3	Triangle rectangle	<i>p. 5</i>
4	Trapèze	<i>p. 5</i>
5	Polygone de n côtés	<i>p. 5</i>
6	Raccordements circulaires	<i>p. 6</i>
7	Secteur circulaire	<i>p. 6</i>
8	Transformations de coordonnées	<i>p. 7</i>
9	Intersection de deux droites	<i>p. 7</i>
10	Intersection de deux cercles	<i>p. 8</i>
11	Intersection droite - cercle	<i>p. 8</i>
12	Nivellement indirect	<i>p. 9</i>
13	Corrections des distances	<i>p. 9-10</i>
14	Correction de niveau apparent	<i>p. 10</i>
15	Moyenne arithmétique, moyenne pondérée	<i>p. 10</i>
16	Le G0 (ou V0)	<i>p. 11</i>
17	Relèvement sur 3 points - <i>méthode du barycentre-</i>	<i>p. 12</i>
18	Relèvement sur 3 points - <i>méthode de Delambre-</i>	<i>p. 12</i>
19	Changement de base	<i>p. 13</i>
20	Tolérances : Classes de précision	<i>p. 14-15</i>

Conventions relatives aux travaux topographiques

Unités en vigueur :

- distance en mètre (**m**)
- angle en grades (**gon**)

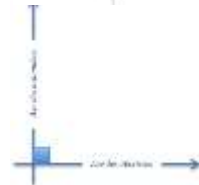
Systèmes de coordonnées géographiques

- longitude : λ
- latitude : Φ
- hauteur sur l'ellipsoïde : **h** (ou **he**)

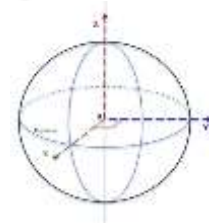


Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales : **x, y**
- Coordonnées Lambert 93 : **e, n**
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) : **E, N**



Systèmes de coordonnées géocentriques : **X, Y, Z**



Systèmes de coordonnées altimétrique : altitude normale / au géoïde :

- **NGF-IGN 69** (NGF-IGN78 pour la Corse) : **H**

Rayon moyen de la terre : $R_{\text{moyen}} = 6\,373\,000\text{ m}$ (6373 km)

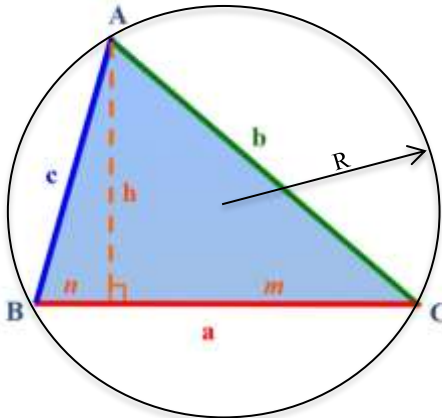
Terminologie usitée :

- **ht** = hauteur des tourillons (ou **hi** = hauteur d'instrument)
- **hp** = hauteur de prisme (ou **hr** = hauteur de réflecteur ou **hv** = hauteur de voyant)
- **Δhi** ou **dni** = dénivelée instrumentale

croquis - schémas

formules

1-Triangle quelconque



Relation des sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Relation des cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos C$$

Superficie

$$S = (a \cdot b \cdot \sin C) / 2$$

$$S = (a \cdot c \cdot \sin B) / 2$$

$$S = (b \cdot c \cdot \sin A) / 2$$

$$S = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \cdot \sin A}$$

avec $p = \frac{1}{2}$ périmètre

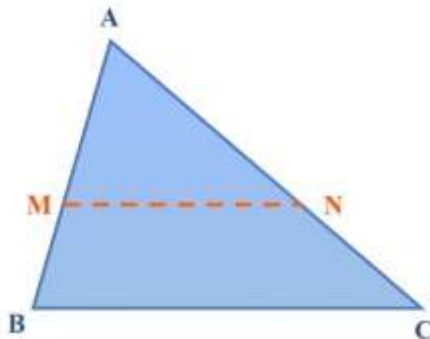
$$S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b) \cdot (p - c)}{p \cdot (p - a)}}$$

$$n = (c^2 + a^2 - b^2) / 2a$$

$$h^2 = c^2 - n^2 = b^2 - m^2$$

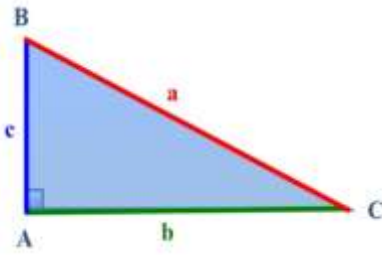
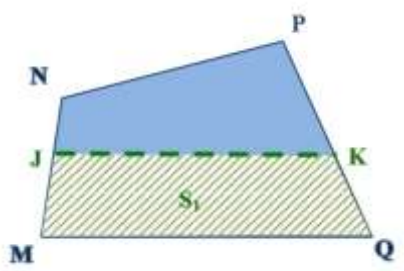
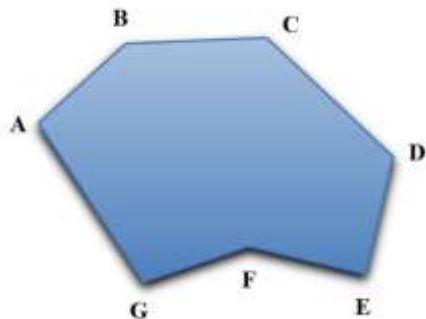
2-Triangles semblables

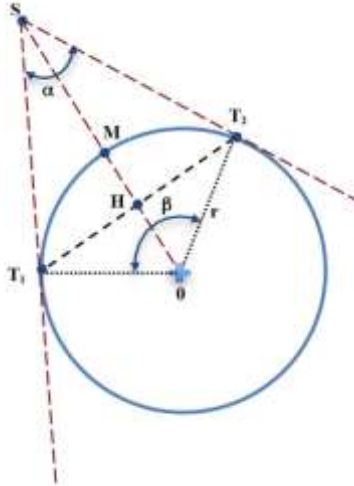
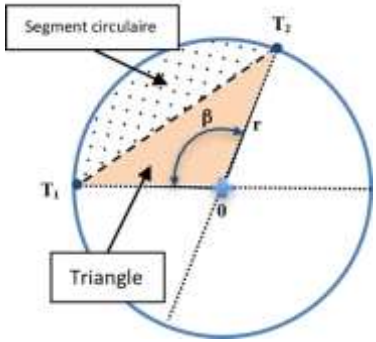


Théorème de Thalès

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$$

$$S_{AMN} = S_{ABC} \cdot k^2$$

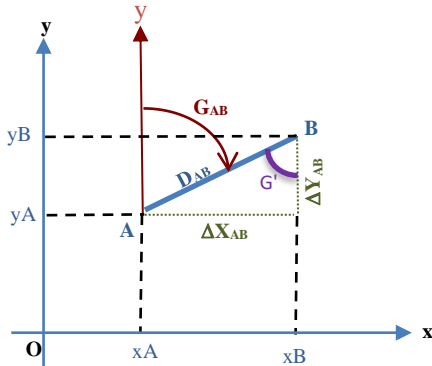
croquis - schémas	formules
<p>3-Triangle rectangle</p> 	<p> $\sin B = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse} = b/a$ $\cos B = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse} = c/a$ $\tan B = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = b/c$ $BA^2 + AC^2 = BC^2$ Superficie $S = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot c)$ </p>
<p>4-Trapèze</p> 	<p> $S_1 = \text{superficie MJKQ}$ $JK^2 = MQ^2 - 2S_1 \cdot \left(\frac{1}{\tan Q} + \frac{1}{\tan M} \right)$ $QK = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin Q}$ $JM = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin M}$ </p>
<p>5-Polygone de n cotés</p> 	<p> Somme des angles intérieurs $\Sigma = (n - 2) \cdot 200$ Somme des angles extérieurs $\Sigma = (n + 2) \cdot 200$ Superficie $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i \cdot (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]$ $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i \cdot (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]$ </p>

croquis - schémas	formules
<p>6-Raccordements circulaires</p> 	<p>Périmètre du cercle = $2.\pi. r$</p> <p>Superficie du disque = $\pi.r^2$</p> <p>Longueur de la corde $T_1T_2 = 2.r. \sin \frac{\beta}{2}$</p> <p>Longueur de l'arc = $T_1T_2 = \frac{2.\pi.r.\beta}{400}$</p> <p>Longueur de la flèche $MH = r - [r. \cos \frac{\beta}{2}]$</p> <p>Longueur du segment de la tangente</p> <p>$ST_1 = ST_2 = r. \tan \frac{\beta}{2}$</p>
<p>7-Secteur circulaire : superficies</p> 	<p>Triangle : $S = \frac{1}{2} . r^2 . \sin \beta$</p> <p>Secteur : $S = \frac{\pi.r^2.\beta}{400}$</p> <p>Segment : $S_{\text{Secteur}} - S_{\text{triangle}}$</p>

croquis - schémas

formules

8-Transformations de coordonnées



$$\Delta X_{AB} = x_B - x_A = D_{AB} \cdot \sin G_{AB}$$

$$\Delta Y_{AB} = y_B - y_A = D_{AB} \cdot \cos G_{AB}$$

Distance AB :

$$D_{AB} = \sqrt{\Delta X_{AB}^2 + \Delta Y_{AB}^2}$$

Gisement AB :

$$\tan G' = \frac{|\Delta X_{AB}|}{|\Delta Y_{AB}|} \quad \text{avec } \Delta X_{AB} \text{ et } \Delta Y_{AB} \text{ en valeur absolue}$$

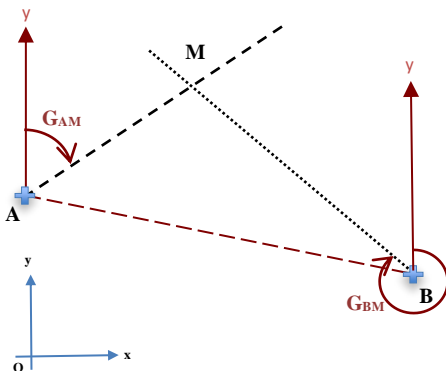
	$\Delta x'$	$\Delta x'$	$\Delta x'$	$\Delta x'$
	$\Delta y'$	$\Delta y'$	$\Delta y'$	$\Delta y'$
$G_{AB} =$	G'	$200 - G'$	$200 + G'$	$400 - G'$

Coordonnées rectangulaires :

$$x_B = x_A + \Delta X_{AB}$$

$$y_B = y_A + \Delta Y_{AB}$$

9-Intersection de deux droites



1ère méthode : (résolution du triangle AMB)

G_{AB} et D_{AB} par (x, y)

$$\text{angle A} = G_{AB} - G_{AM}$$

$$\text{angle B} = G_{BM} - G_{BA}$$

D_{AM} et D_{BM}

Calcul des (x, y) de M depuis A

Contrôle : (x, y) de M depuis B

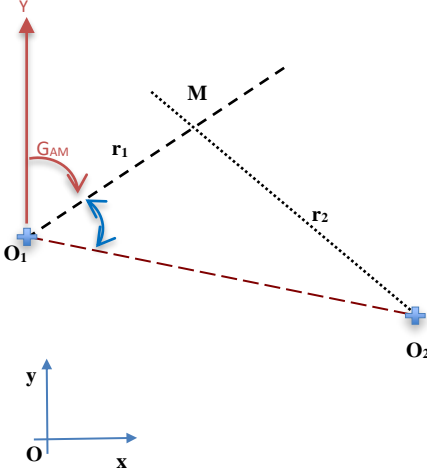
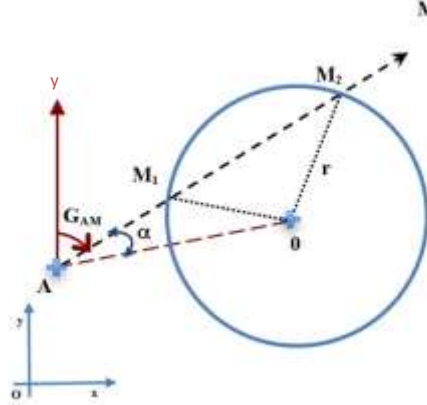
2ème méthode : (formule de Delambre)

depuis A

$$y_M = y_A + \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}$$

$$x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$$

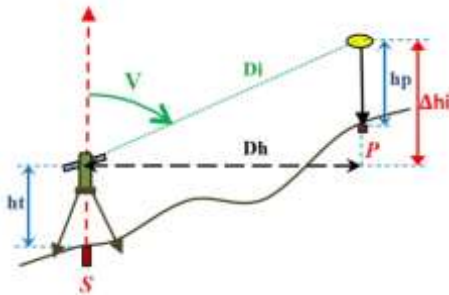
Contrôle : idem depuis B

croquis - schémas	formules
<p>10-Intersection de deux cercles</p> 	<p>calcul de $G_{O_1-O_2}$ et $D_{O_1-O_2}$ par (x,y)</p> <p>résolution du triangle O_1O_2M</p> <p>calcul de G_{O_1-M} Calcul des (x,y) de M depuis O_1</p> <p>Contrôle :</p> <p>calcul de G_{O_2-M} Calcul des (x,y) de M depuis O_2</p>
<p>11-Intersection droite – cercle</p> 	<p>G_{AO} et D_{AO} par (x,y)</p> <p>résolution du triangle AOM_1</p> <p>$OM_1 = r = \text{rayon}$ Calcul de l'angle A, de l'angle M_1, de l'angle O Distance AM_1 Gisement AM_1 Calcul des (x,y) de M_1 depuis A</p> <p>Contrôle :</p> <p>Calcul des (x,y) de M_1 depuis O</p> <p>idem pour le triangle AOM_2</p>

croquis - schémas

formules

12-Nivellement indirect



Distance horizontale Dh : $Dh = \sqrt{Di^2 - \Delta hi^2}$

$$Dh = Di \cdot \sin V$$

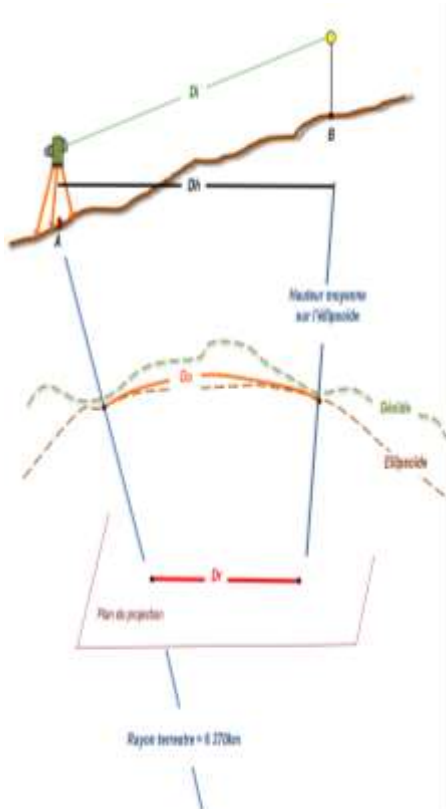
Dénivelée instrumentale Δhi : $\Delta hi = Di \cdot \cos V$

$$\Delta hi = Dh / \tan V$$

Altitude H : $H_P = H_S + ht + \Delta hi - hp$

$$H_S = H_P + hp - \Delta hi - ht$$

13- Corrections des distances



Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :

1- constante de prisme (donnée constructeur)

2- correction atmosphérique - **Ca** -

obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures)

3- réduction à l'horizontale

$$Dh = Di \cdot \sin V$$

4- correction de réduction à l'ellipsoïde

- **Co** - ou **C_{ellipsoïde}** -

$$Co = - \frac{Dh \cdot h}{R + h}$$

5- correction de représentation plane ou de projection

- **Cr** ou **C_p** -

cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue avec « CIRCE ».

formules

Transformer une Dh en Dr (*distance réduite à la projection*)

Coefficients de réduction et module

- Coefficient de réduction à l'ellipsoïde:

$$k_{\text{ellipsoïde}} = -1000 \cdot \frac{hm}{(Rm + hm)}$$

- Coefficient d'altération linéaire :

kr obtenu à l'aide du logiciel CIRCE (en mm/Km)

hm = hauteur moyenne au-dessus de l'ellipsoïde

Rm = rayon moyen de la terre (6373 km)

avec, *Rm* et *hm* en m, et *k_{ellipsoïde}* et *kr* en m/km

Module m (*avec 6 décimales*)

$$m = 1 + \frac{k_{\text{ellipsoïde}} + kr}{1000}$$

Distance réduite à la projection

$$Dr = Dh \cdot m$$

Dr et *Dh* en mètre

Rapport d'échelle m (*avec 6 décimales*)

$$m = Dr / Dh$$

14- Correction de niveau apparent

Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques :

- l'erreur due à la sphéricité de la terrestre
- l'erreur due à la réfraction atmosphérique.

Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée **erreur de niveau apparent**.

La correction globale est appelée correction de niveau apparent **Cna**.

Cette correction est à ajouter à la dénivelée.

expression simplifiée : $Cna = \frac{Dh^2}{15,2}$

Avec *Cna* en mètre, et *Dh* en km

15- Calcul d'une moyenne de plusieurs valeurs

Moyenne arithmétique :

$$\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\text{valeur 1} + \text{valeur 2} + \dots + \text{valeur n}}{n}$$

avec : n = nombre de valeurs prises en compte

Moyenne pondérée :

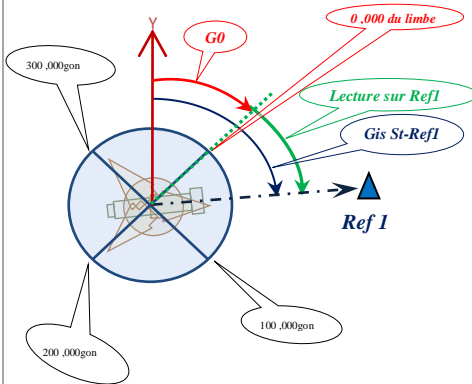
$$\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\sum Vi \cdot pi}{\sum pi}$$

avec : V = valeur (longueur, angle, etc.)
pi = poids attribué à la valeur i

croquis - schémas

formules

16- le G0 (ou V0):



Le **G0** (ou **V0**) d'une station est le gisement du zéro du limbe de l'appareil : gisement de la droite passant par le centre du limbe et la graduation « zéro » de ce limbe.

$$GO_{\text{station}} = Gis_{\text{St-Ref1}} - \text{lecture sur Ref1}$$

Le Go moyen

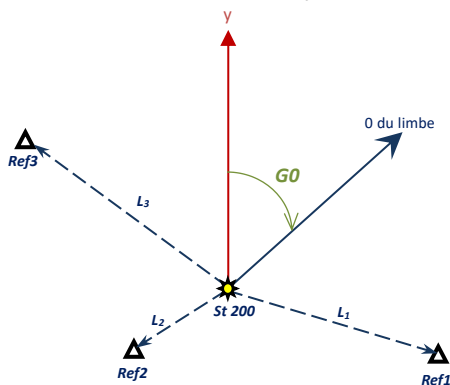
Pour obtenir une précision satisfaisante de l'orientation de la station (et la contrôler !) plusieurs références connues en coordonnées sont visées. Il faut alors calculer un **G0 moyen** à partir des différents G0 obtenus.

Moyenne arithmétique (exemple pour 3 visées) :

$$Go_{St200} = \frac{GO_{St200-Ref1} + GO_{St200-Ref2} + GO_{St200-Ref3}}{3}$$

Moyenne pondérée :

$$Go_{\text{moyen } St200} = \frac{(GO_{St-Ref1} \cdot L_1) + (GO_{St-Ref2} \cdot L_2) + (GO_{St-Ref3} \cdot L_3)}{L_1 + L_2 + L_3}$$



Deux méthodes sont alors possibles :

a - **Go moyen par moyenne arithmétique** : si les visées sont sensiblement d'égales longueurs.

$$GO_{\text{moyen } St} = \frac{\sum GO_{St-Ref i}}{n}$$

avec **n** = nb de visées

b - **Go moyen par moyenne pondérée** : si les visées sont d'inégales longueurs

La pondération est alors proportionnelle à la longueur de chaque visée.

Remarque : plus une visée est longue plus son orientation angulaire est précise.

$$GO_{\text{moyen } St} = \frac{\sum (GO_{St-i} \cdot Li)}{\sum Li}$$

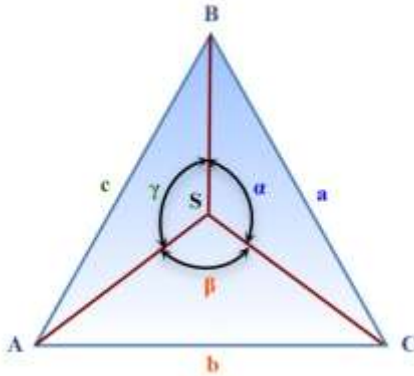
avec :

GO_{St-i} = différents G0 calculés depuis la station
Li = longueur de chaque visée

croquis - schémas

formules

17-Relèvement sur 3 points :
méthode du barycentre



S est inconnu et stationné

A, B et C sont trois points connus

$$\alpha + \beta + \gamma = 400 \text{ gon et } A + B + C = 200 \text{ gon}$$

$$ma = \frac{1}{(\cotan A - \cotan \alpha)}$$

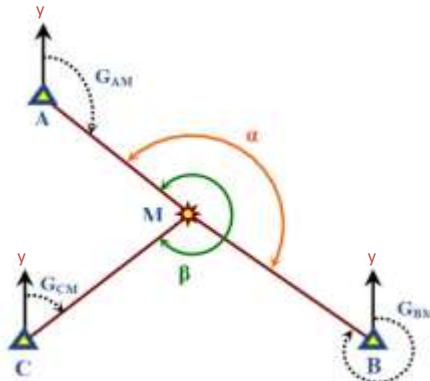
$$mb = \frac{1}{(\cotan B - \cotan \beta)}$$

$$mc = \frac{1}{(\cotan C - \cotan \gamma)}$$

$$x_s = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$$

$$y_s = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$$

18-Relèvement sur 3 points :
méthode de Delambre



M est inconnu et stationné

A, B et C sont trois points connus

$$\tan G_{AM} = \frac{\left[\left(\frac{x_A - x_B}{\tan \alpha}\right) - \left(\frac{x_A - x_C}{\tan \beta}\right) + (y_B - y_C)\right]}{\left[\left(\frac{y_A - y_B}{\tan \alpha}\right) - \left(\frac{y_A - y_C}{\tan \beta}\right) - (x_B - x_C)\right]}$$

$$G_{BM} = G_{AM} + \alpha$$

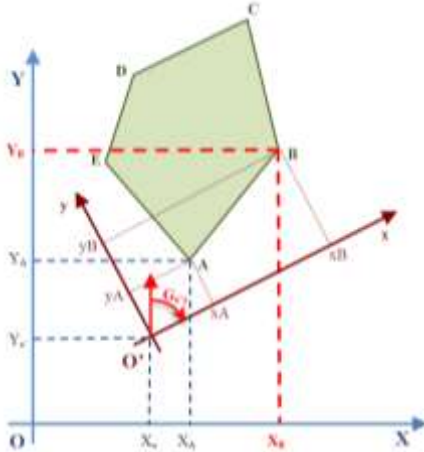
$$y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$$

$$x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$$

croquis - schémas

19- Changement de base :

passer d'un système initial à un système final



-sur le schéma, XOY représente un système orthonormé plan-

Avec sur le schéma :

$xO'y$ = système initial

XOY = système final

x_A et y_A = coordonnées dans le système initial

X_A et Y_A = coordonnées dans le système final

GAB = gisement dans le système final

gAB = gisement dans le système initial

formules

Eléments connus :

- Les coordonnées x et y des points A et B sont connus dans le système initial.

- Les coordonnées X et Y des points o' et A sont connus dans le système final.

- Avec le **gisement de l'axe $o'x$ connu** dans le système général : **$Go'x = GAB - gAB + 100$**

Eléments cherchés :

$$XB = XA + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$$

$$YB = YA + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$$

Soit pour un cas général

$$X_n = X_{n-1} + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$$

avec $\Delta x = x_n - x_{n-1}$ et $\Delta y = y_n - y_{n-1}$

- Avec le **gisement de l'axe $o'y$ connu** dans le système final : **$Go'y = GAB - gAB$**

$$X_n = X_{n-1} + \Delta x \cdot \cos Go'y + \Delta y \cdot \sin Go'y$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta y \cdot \cos Go'y - \Delta x \cdot \sin Go'y$$

20- Les Tolérances : Classes de précision (modèle standard) arrêté 2003, modifié 2006

Pour tout échantillon comportant N objets géographiques, on calcule l'écart moyen en position $E_{moy\ pos}$

Celui-ci est défini par la moyenne arithmétique des écarts en position E_{pos} relevés sur les points des objets géographiques.

On dit que la population dont est issu l'échantillon comportant N éléments est de classe de précision $[xx]$ cm lorsque simultanément les **trois conditions a, b, et c** sont remplies :

a/ l'écart moyen en position de l'échantillon est inférieur à T

$$E_{moy\ pos} \leq T \quad \text{avec} \quad T = [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right) \text{ cm}$$

C = coefficient de sécurité des mesures de contrôle donnée par le cahier des charges (*usuellement* $C=2$)

b/ le nombre N' d'écarts dépassant le premier seuil $T_1 = k \times [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right)$ n'excède pas l'entier immédiatement supérieur à $0,01 \times N + 0,232 \times \sqrt{N}$

k = valeur indiquée dans la **Table 1** en fonction du nombre n de coordonnées caractérisant la position des objets géographiques.

Table 1 : valeurs du coefficient k en fonction du nombre n de coordonnées caractérisant la position des objets géographiques considérés et suivant la même loi statistique.

n	1	2	3
k	3.23	2.42	2.11

c/ aucun écart en position E_{pos} dans l'échantillon n'excède le second seuil

$$T_2 = 1.5 \times k \times [xx] \times \left(1 + \frac{1}{2 \times c^2}\right) \text{ cm}$$

ou $T_2 = 1,5 \times T_1 \text{ cm}$

Lorsque $N < 5$, aucun écart supérieur à T_2 n'est admis (voir **Table 2**)

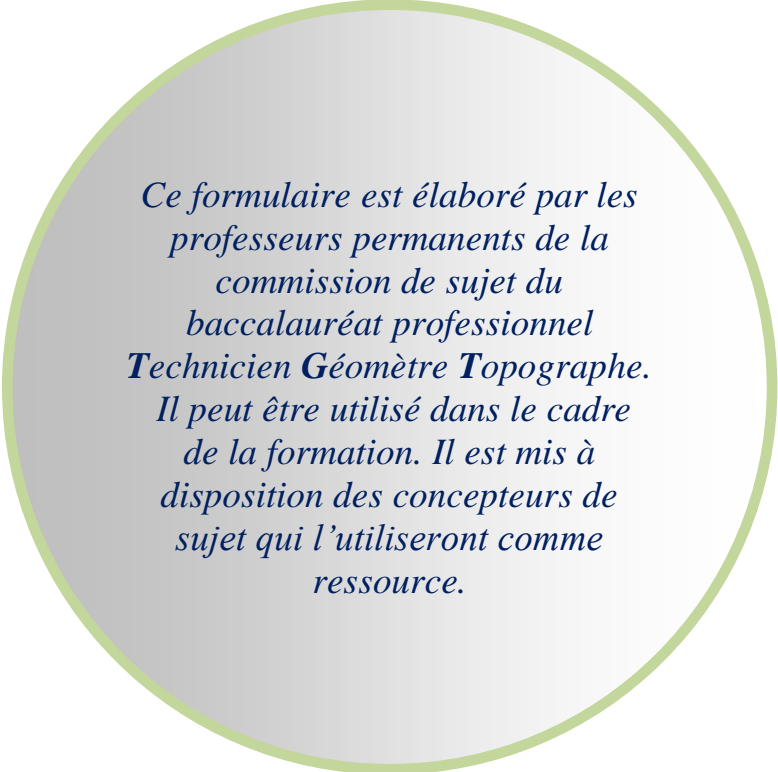
Table 2 : Nombre d'écarts acceptés

N (nombre d'éléments de l'échantillon)	1	5	14	45	86	133	185	241	299	360	423
	à	à	à	à	à	à	à	à	à	à	à
	4	13	44	85	132	184	240	298	359	422	487
N'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Selon les catégories de plans planimétriques et altimétriques, il est possible d'indiquer de façon approximative, les **classes de précision** suivantes relatives aux levés de détail et aux vérifications des plans :

Échelle du plan	Nature du plan	Catégorie planimétrique	Classe de précision (cm)
Toutes échelles	numérique	P1	2
1/200	régulier	P2	4
1/500	régulier	P3	10
1/1000	régulier	P4	20
1/2000	régulier	P5	40
1/5000	régulier	P6	100
Toutes échelles	expédié	P7	> 100

Catégorie altimétrique	Classe de précision (cm)
A1	1
A2	2
A3	4
A4	10
A5	20
A6	> 20



*Ce formulaire est élaboré par les
professeurs permanents de la
commission de sujet du
baccalauréat professionnel
Technicien Géomètre Topographe.
Il peut être utilisé dans le cadre
de la formation. Il est mis à
disposition des concepteurs de
sujet qui l'utiliseront comme
ressource.*

Pour toute remarque ou suggestion,
contact : formulairebacprotopo@gmail.com